

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский университет «МЭИ»**

---

Направление подготовки/специальность: 01.03.03 Механика и математическое моделирование

Наименование образовательной программы: Математическое и компьютерное моделирование в механике

Уровень образования: высшее образование - бакалавриат

Форма обучения: Очная

**Рабочая программа дисциплины**  
**УСТОЙЧИВОСТЬ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

<b>Блок:</b>	<b>Блок 1 «Дисциплины (модули)»</b>
<b>Часть образовательной программы:</b>	<b>Часть, формируемая участниками образовательных отношений</b>
<b>№ дисциплины по учебному плану:</b>	<b>Б1.Ч.05</b>
<b>Трудоемкость в зачетных единицах:</b>	<b>7 семестр - 5;</b>
<b>Часов (всего) по учебному плану:</b>	<b>180 часов</b>
<b>Лекции</b>	<b>7 семестр - 32 часа;</b>
<b>Практические занятия</b>	<b>7 семестр - 32 часа;</b>
<b>Лабораторные работы</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Консультации</b>	<b>7 семестр - 2 часа;</b>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>7 семестр - 113,5 часов;</b>
<b>в том числе на КП/КР</b>	<b>не предусмотрено учебным планом</b>
<b>Иная контактная работа</b>	<b>проводится в рамках часов аудиторных занятий</b>
<b>включая:</b> <b>Тестирование</b> <b>Контрольная работа</b> <b>Проверочная работа</b>	
<b>Промежуточная аттестация:</b>	
<b>Экзамен</b>	<b>7 семестр - 0,5 часа;</b>

**Москва 2026**

**ПРОГРАММУ СОСТАВИЛ:**

Преподаватель

---

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Новикова О.В.
	Идентификатор	R2cc3a1e8-NovikovaOV-50471f61

О.В. Новикова

---

**СОГЛАСОВАНО:**

Руководитель  
образовательной программы

---

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Цой В.Э.
	Идентификатор	Rd9d3a9dd-TsoyVE-b05eb4b4

В.Э. Цой

---

Заведующий выпускающей  
кафедрой

---

	Подписано электронной подписью ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»	
	Сведения о владельце ЦЭП МЭИ	
	Владелец	Меркурьев И.В.
	Идентификатор	Rd52c763c-MerkuryevIV-1e4a883f

И.В. Меркурьев

---

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины:** изучение методов исследования устойчивости положений равновесия механических систем, находящихся под действием внешних нагрузок, а также приобретение навыков практических расчетов на устойчивость элементов конструкций и деталей машин.

### Задачи дисциплины

- изучение проблем устойчивости, возникающих в процессе проектирования и эксплуатации объектов современной техники;
- освоение методов расчета на устойчивость механических систем, находящихся в условиях сложного нагружения;
- изучение способов выработки рекомендаций при проектировании машин и конструкций с целью обеспечения их устойчивости по отношению к внешним нагрузкам;
- изучение применения программных комплексов для расчетов на устойчивость механических систем.

Формируемые у обучающегося **компетенции** и запланированные **результаты обучения** по дисциплине, соотнесенные с **индикаторами достижения компетенций**:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения
ПК-2 Способен участвовать в компьютерной реализации математических и расчетных моделей механических систем с целью обеспечения надежности	ИД-3 <sub>ПК-2</sub> Выполняет расчет на устойчивость конструкций и их элементов	знать: - основы теории устойчивости механических систем; - методы расчета деталей машин и элементов конструкций на устойчивость при действии внешних нагрузок.  уметь: - проводить расчеты на устойчивость деталей машин и элементов конструкций; - выполнять расчеты на устойчивость механических систем с использованием современных вычислительных методов.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВО

Дисциплина относится к основной профессиональной образовательной программе Математическое и компьютерное моделирование в механике (далее – ОПОП), направления подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование, уровень образования: высшее образование - бакалавриат.

Требования к входным знаниям и умениям:

- знать основы математического анализа
- знать методы составления уравнений равновесия механических систем при действии статических нагрузок
- знать методы интегрирования линейных дифференциальных уравнений
- уметь формулировать и решать краевые задачи для упругих систем
- уметь применять методы определения собственных значений и собственных функций для однородных краевых задач
- уметь исследовать напряженно-деформированное состояние упругих систем при заданных нагрузках

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п/п	Разделы/темы дисциплины/формы промежуточной аттестации	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы										Содержание самостоятельной работы/ методические указания
				Контактная работа							СР			
				Лек	Лаб	Пр	Консультация		ИКР		ПА	Работа в семестре	Подготовка к аттестации /контроль	
КПР	ГК	ИККП	ТК											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	Общая теория упругой устойчивости	16	7	4	-	4	-	-	-	-	-	8	-	<b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу "Общая теория упругой устойчивости" и подготовка к контрольной работе <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], гл.1 [4], гл.1
1.1	Общая теория упругой устойчивости	16		4	-	4	-	-	-	-	-	8	-	
2	Статический и динамический методы исследования устойчивости	30		6	-	6	-	-	-	-	-	18	-	<b><u>Подготовка расчетно-графического задания:</u></b> Выполнение 1 части расчетного задания: для предложенной механической системы составить уравнение нейтрального равновесия и сформулировать граничные условия <b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу "Статический и динамический методы исследования устойчивости" и подготовка к контрольной работе <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], гл.5 [3], гл.1 [4], гл. 3
2.1	Статический и динамический методы исследования устойчивости	30		6	-	6	-	-	-	-	-	18	-	
3	Энергетические методы в теории устойчивости	42		8	-	6	-	-	-	-	-	28	-	
3.1	Энергетические	24		4	-	4	-	-	-	-	-	16	-	

	методы в теории устойчивости												нагрузки; составить программу вычислений для определения параметра критической нагрузки
3.2	Элементы теории бифуркаций Пуанкаре	18	4	-	2	-	-	-	-	-	12	-	<b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу "Энергетические методы в теории устойчивости" и подготовка к контрольной работе <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [1], гл.2 [2], гл.5 [3], гл.1
4	Устойчивость стержней пластин и оболочек	44	10	-	14	-	-	-	-	-	20	-	<b><u>Подготовка к контрольной работе:</u></b> Изучение материалов по разделу "Устойчивость стержней пластин и оболочек" и подготовка к контрольной работе
4.1	Устойчивость стержней пластин и оболочек	44	10	-	14	-	-	-	-	-	20	-	<b><u>Подготовка расчетно-графического задания:</u></b> Выполнение 4 части расчетного задания: построить зависимости критической нагрузки от параметра системы <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [2], гл.1,9,11
5	Устойчивость за пределами упругости	12	4	-	2	-	-	-	-	-	6	-	<b><u>Подготовка к практическим занятиям:</u></b> Изучение материала по разделу "Устойчивость за пределами упругости"
5.1	Устойчивость за пределами упругости	12	4	-	2	-	-	-	-	-	6	-	подготовка к выполнению заданий на практических занятиях <b><u>Изучение материалов литературных источников:</u></b> [2], гл.2
	Экзамен	36.0	-	-	-	-	2	-	-	0.5	-	33.5	
	Всего за семестр	180.0	32	-	32	-	2	-	-	0.5	80	33.5	
	Итого за семестр	180.0	32	-	32	2	-	-	0.5	113.5			

**Примечание:** Лек – лекции; Лаб – лабораторные работы; Пр – практические занятия; КНР – аудиторные консультации по курсовым проектам/работам; ИКНР – индивидуальные консультации по курсовым проектам/работам; ГК- групповые консультации по разделам

дисциплины; СР – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа; ТК – текущий контроль; ПА – промежуточная аттестация

### 3.2 Краткое содержание разделов

#### 1. Общая теория упругой устойчивости

##### 1.1. Общая теория упругой устойчивости

Определение устойчивости по Ляпунову для распределенных систем. Применение метрических пространств для определения устойчивости упругих систем. Уравнения нелинейной теории упругости при конечных деформациях. Уравнение в вариациях для упругого тела. Случай «жесткого» невозмущенного состояния. Учет поведения нагрузок при составлении уравнений в вариациях. Постановка задачи об устойчивости упругих систем при действии сил, явно не зависящих от времени.

#### 2. Статический и динамический методы исследования устойчивости

##### 2.1. Статический и динамический методы исследования устойчивости

Статический метод исследования устойчивости. Пример, иллюстрирующий неприменимость статического метода. Область применения статического метода исследования устойчивости. Динамический метод исследования устойчивости упругих систем. Устойчивость консольного стержня, сжатого «мертвой» и следящей силой. Типы потери устойчивости. Особенности неконсервативных задач теории упругой устойчивости.

#### 3. Энергетические методы в теории устойчивости

##### 3.1. Энергетические методы в теории устойчивости

Формула Релея в задачах упругой устойчивости. Частные случаи: стержни, пластины, упругое тело. Энергетическое истолкование формулы Релея. Вариационный принцип Треффца. Приближенные методы определения критических нагрузок: метод Ритца, метод Бубнова-Галеркина.

##### 3.2. Элементы теории бифуркаций Пуанкаре

Предельные точки, точки ветвления форм равновесия. Применение теории бифуркаций к задачам упругой устойчивости. Послекритические деформации сжатых стержней.

#### 4. Устойчивость стержней пластин и оболочек

##### 4.1. Устойчивость стержней пластин и оболочек

Продольный изгиб сжатых стержней. Различные случаи граничных условий. Устойчивость стержней на упругом основании. Устойчивость прямоугольных пластин при сжатии. Шарнирно опертая пластина, сжатая в одном направлении. Устойчивость прямоугольной пластины при сжатии в двух направлениях. Устойчивость пластин при сдвиге. Устойчивость круговых и кольцевых пластин. Устойчивость тонких упругих оболочек. Вариационный принцип Треффца для оболочек. Устойчивость круговой цилиндрической оболочки при осевом сжатии и при внешнем гидростатическом давлении. Сопоставление численных результатов линейной теории устойчивости оболочек с экспериментальными данными.

#### 5. Устойчивость за пределами упругости

##### 5.1. Устойчивость за пределами упругости

Границы применимости теории упругой устойчивости. Продольный изгиб упругопластического стержня. Касательно-модульная и приведенно-модульная критические силы. Частный случай: стержень прямоугольного поперечного сечения.



### **3.3. Темы практических занятий**

1. Определение критических значений нагрузок для стержней, пластин и оболочек;
2. Вывод уравнений возмущенного движения и нейтрального равновесия для упругих систем;
3. Аналитические и численные методы определения критических значений параметров нагружения механических систем при нагружении потенциальными нагрузками;
4. Энергетические методы определения критических нагрузок;
5. Методы исследования устойчивости механических систем при неконсервативном нагружении;
6. Применение теории Пуанкаре для построения бифуркационных диаграмм;
7. Определение приведенного модуля при потере устойчивости стержня в упругопластической стадии.

### **3.4. Темы лабораторных работ** не предусмотрено

### **3.5 Консультации**

#### Текущий контроль (ТК)

1. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Общая теория упругой устойчивости"
2. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Статический и динамический методы исследования устойчивости"
3. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Энергетические методы в теории устойчивости"
4. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Устойчивость стержней, пластин и оболочек"
5. Консультации направлены на получение индивидуального задания для выполнения контрольных мероприятий по разделу "Устойчивость за пределами упругости"

### **3.6 Тематика курсовых проектов/курсовых работ**

Курсовой проект/ работа не предусмотрены

### 3.7. Соответствие разделов дисциплины и формируемых в них компетенций

Запланированные результаты обучения по дисциплине (в соответствии с разделом 1)	Коды индикаторов	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.3.1)					Оценочное средство (тип и наименование)
		1	2	3	4	5	
<b>Знать:</b>							
методы расчета деталей машин и элементов конструкций на устойчивость при действии внешних нагрузок	ИД-3 <sub>ПК-2</sub>				+	+	Контрольная работа/Контрольная работа 3. Определение критических нагрузок энергетическими методами
основы теории устойчивости механических систем	ИД-3 <sub>ПК-2</sub>	+					Тестирование/Тест 1. Основные понятия теории устойчивости систем с конечным числом степеней свободы
<b>Уметь:</b>							
выполнять расчеты на устойчивость механических систем с использованием современных вычислительных методов	ИД-3 <sub>ПК-2</sub>			+			Контрольная работа/Контрольная работа 3. Определение критических нагрузок энергетическими методами
проводить расчеты на устойчивость деталей машин и элементов конструкций	ИД-3 <sub>ПК-2</sub>		+				Контрольная работа/Контрольная работа 1. Уравнения нейтрального равновесия и уравнения возмущенного движения  Контрольная работа/Контрольная работа 2. Определение критических нагрузок для стержней решением однородной краевой задачи  Проверочная работа/Проверка расчетного задания

#### **4. КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ)**

##### **4.1. Текущий контроль успеваемости**

**7 семестр**

Форма реализации: Защита задания

1. Проверка расчетного задания (Проверочная работа)

Форма реализации: Письменная работа

1. Контрольная работа 1. Уравнения нейтрального равновесия и уравнения возмущенного движения (Контрольная работа)
2. Контрольная работа 2. Определение критических нагрузок для стержней решением однородной краевой задачи (Контрольная работа)
3. Контрольная работа 3. Определение критических нагрузок энергетическими методами (Контрольная работа)
4. Тест 1. Основные понятия теории устойчивости систем с конечным числом степеней свободы (Тестирование)

Балльно-рейтинговая структура дисциплины является приложением А.

##### **4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине**

Экзамен (Семестр №7)

Оценка определяется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе для студентов НИУ «МЭИ» на основании семестровой и аттестационной составляющих.

В диплом выставляется оценка за 7 семестр.

**Примечание:** Оценочные материалы по дисциплине приведены в фонде оценочных материалов ОПОП.

#### **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

##### **5.1 Печатные и электронные издания:**

1. Майлыбаев А. А., Сейранян А. П.- "Многопараметрические задачи устойчивости", Издательство: "ФИЗМАТЛИТ", Москва, 2010 - (400 с.)  
[https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59583](https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59583);
2. Алфуттов, Н. А. Основы расчета на устойчивость упругих систем / Н. А. Алфуттов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1991. – 336 с. – (Б-ка расчетчика). – ISBN 5-217-01332-2.;
3. В. П. Радин, Ю. Н. Самогин, В. П. Чирков, А. В. Щугорев- "Решение неконсервативных задач теории устойчивости", Издательство: "Физматлит", Москва, 2017 - (237 с.)  
<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485332>;
4. Радин, В. П. Методы исследования устойчивости неконсервативных механических систем : учебное пособие по курсу "Устойчивость механических систем" по направлению "Прикладная механика" / В. П. Радин, А. В. Щугорев ; Ред. В. П. Чирков ; Моск. энерг. ин-т (МЭИ ТУ). – М. : Издательский дом МЭИ, 2011. – 72 с. – ISBN 978-5-383-00559-0.  
<http://elibrary.mpei.ru/elibrary/view.php?id=2892>.

## **5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

1. Office / Российский пакет офисных программ;
2. Windows / Операционная система семейства Linux;
3. GNU Octave.

## **5.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:**

1. ЭБС Лань - <https://e.lanbook.com/>
2. ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - [http://biblioclub.ru/index.php?page=main\\_ub\\_red](http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red)
3. Научная электронная библиотека - <https://elibrary.ru/>
4. Электронная библиотека МЭИ (ЭБ МЭИ) - <http://elib.mpei.ru/login.php>

## **6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

<b>Тип помещения</b>	<b>Номер аудитории, наименование</b>	<b>Оснащение</b>
Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и текущего контроля	Б-418, Учебная аудитория	стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
Учебные аудитории для проведения практических занятий, КР и КП	Б-418, Учебная аудитория	стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
Учебные аудитории для проведения промежуточной аттестации	Б-418, Учебная аудитория	стол преподавателя, стол, стул, доска меловая, компьютерная сеть с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран, доска маркерная
Помещения для самостоятельной работы	НТБ-302, Читальный зал отдела обслуживания учебной литературой	стул, стол письменный, компьютерная сеть с выходом в Интернет, компьютер персональный
Помещения для консультирования	Б-420, Кабинет сотрудников каф. "РМДиПМ"	стол, стул, шкаф для документов, шкаф для одежды, шкаф для хранения инвентаря, тумба, компьютерная сеть с выходом в Интернет, оборудование специализированное, компьютер персональный
Помещения для хранения оборудования и учебного инвентаря	Б-06а, Учебная лаборатория	стеллаж для хранения книг

## БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

## Устойчивость механических систем

(название дисциплины)

## 7 семестр

**Перечень контрольных мероприятий текущего контроля успеваемости по дисциплине:**

- КМ-1 Тест 1. Основные понятия теории устойчивости систем с конечным числом степеней свободы (Тестирование)
- КМ-2 Контрольная работа 1. Уравнения нейтрального равновесия и уравнения возмущенного движения (Контрольная работа)
- КМ-3 Контрольная работа 2. Определение критических нагрузок для стержней решением однородной краевой задачи (Контрольная работа)
- КМ-4 Контрольная работа 3. Определение критических нагрузок энергетическими методами (Контрольная работа)
- КМ-5 Проверка расчетного задания (Проверочная работа)

**Вид промежуточной аттестации – Экзамен.**

Номер раздела	Раздел дисциплины	Индекс КМ:	КМ-1	КМ-2	КМ-3	КМ-4	КМ-5
		Неделя КМ:	4	8	12	15	15
1	Общая теория упругой устойчивости						
1.1	Общая теория упругой устойчивости		+				
2	Статический и динамический методы исследования устойчивости						
2.1	Статический и динамический методы исследования устойчивости			+	+		+
3	Энергетические методы в теории устойчивости						
3.1	Энергетические методы в теории устойчивости					+	
3.2	Элементы теории бифуркаций Пуанкаре					+	
4	Устойчивость стержней пластин и оболочек						
4.1	Устойчивость стержней пластин и оболочек					+	
5	Устойчивость за пределами упругости						
5.1	Устойчивость за пределами упругости					+	
Вес КМ, %:			15	15	15	40	15